

# Trabajo Práctico de Análisis de Circuitos (86.04)

Anónimo (Nota: 9)

Padrón: XXXXXX

1° cuatrimestre, año 2022

## Contents

1	Introducción	3
2	Desarrollo	3
3	Conclusiones	40

## 1 Introducción

En este trabajo, se propone encontrar un filtro a partir de una transferencia  $H(s)$  asignada y analizar los distintos conceptos vistos en clase. También se debe simular el circuito en LTSpice y armarlo con componentes reales. Finalmente, se debe proceder a comparar los resultados reales con la simulación y obtener las conclusiones correspondientes.

## 2 Desarrollo

La transferencia asignada es la número 11:

$$H_{11}(s) = \frac{-0,5s^2}{s^2 + 2000s + 1.10^8} \quad (1)$$

Se presenta el papel con el número de transferencia asignado:

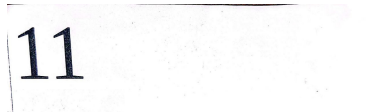


Figure 1: Papel escaneado con el número 11.

1. *Definir el tipo de filtro y calcular los polos y los ceros de la  $H(s)$ . En el caso que corresponda, calcule los parámetros  $w_0$ ,  $Q$  y la ganancia de la misma.*

En primer lugar, se debe analizar la función  $H(s)$  en los extremos tomando los límites.

$$\lim_{s \rightarrow 0} H_{11}(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{-0,5s^2}{s^2 + 2000s + 1.10^8} \approx \frac{0}{1.10^8} = 0 \quad (2)$$

$$\lim_{s \rightarrow \infty} H_{11}(s) = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{-0,5s^2}{s^2 + 2000s + 1.10^8} = -0,5 \quad (3)$$

dado que:

$$\begin{aligned}\lim_{s \rightarrow \infty} H_{11}(s) &= \frac{-0,5s^2}{s^2 + 2000s + 1.10^8} \frac{\frac{1}{s^2}}{\frac{1}{s^2}} \\ \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{-0,5 \frac{s^2}{s^2}}{\frac{s^2}{s^2} + 2000 \frac{s}{s^2} + \frac{1.10^8}{s^2}} & \\ \lim_{s \rightarrow \infty} H_{11}(s) &\approx \frac{-0,5}{1} = -0,5\end{aligned}$$

Entonces, se puede observar que el límite inferior tiende a 0 y el superior a  $-0,5$ . Lo que significa que  $H_{11}(s)$  es un filtro High Pass, o Pasa Altos. Además, la ecuación  $H_{11}(s)$  coincide con la forma general de un High Pass:

$$H_{highpass}(s) = \frac{h_0 s^2}{s^2 + \frac{w_0}{Q} s + w_0^2} \quad (4)$$

donde, al comparar con la ecuación con valores numéricos, se deduce que:

$$w_0 = \sqrt{1.10^8} = 1.10^4 = 10000 \quad (5)$$

con este resultado, se puede despejar el valor de  $Q$  tal que:

$$\frac{w_0}{Q} = 2000 \quad (6)$$

Entonces:

$$Q = \frac{w_0}{2000} = \frac{10000}{2000} = 5 \quad (7)$$

Resulta útil, también, obtener el valor de  $f_0$  tal que:

$$w_0 = 2\pi \cdot f_0 \quad (8)$$

Es decir que:

$$f_0 = \frac{10000}{2\pi} = 1591,5494Hz \quad (9)$$

Finalmente, la ganancia vale, para este filtro:

$$ganancia = h_0 = -0,5 \quad (10)$$

cabe aclarar que es esperable que coincida con el límite tendiendo a  $\infty$ , ya que la función de transferencia  $H_{11}(s)$  describe un High Pass.

Para obtener los polos de la función, se deben buscar los ceros en  $s^2 + 2000s + 1.10^8$ .

Aplicando la fórmula resolvente, se llega a que:

$$s_1 \approx -1000 - j9949,87 \quad (11)$$

$$s_2 \approx -1000 + j9949,87 \quad (12)$$

Para obtener los ceros, analizo donde se anula  $H(s)$ , es decir donde  $-0,5s^2$  se hace cero. Es evidente que esto es en  $s = 0$  y es un cero doble.

Por lo que:

$$s_0 = 0 \quad (13)$$

2. Realizar el cálculo analítico de las respuestas al impulso y al escalón y graficar. Realizar el producto de  $V_0(s) = H(s).V_i(s)$

Para obtener la respuesta al impulso:

$$H(s).1 = H(s) \quad (14)$$

y aplico la anti-transformada de Laplace:

$$\mathcal{L}^{-1}\{H(s)\} = h(t) \star \delta(t) \quad (15)$$

Dado que la función no es tan sencilla de anti-transformar en su forma actual, es mejor convertirla primero a una expresión equivalente más amena:

$$\begin{aligned} H_{11}(s) &= \frac{-0,5s^2}{s^2 + 2000s + 1.10^8} \\ &= s \cdot \left[ \frac{-0,5s}{s^2 + 2000s + 1.10^8} \right] \\ &= s \cdot \left[ \frac{-0,5s}{(s - s_1)(s - s_2)} \right] \\ &= s \cdot \left[ \frac{A}{(s - s_1)} + \frac{B}{(s - s_2)} \right] \end{aligned}$$

Para obtener los valores de  $A$  y  $B$  aplico el método de separación en fracciones simples, de forma que:

$$\begin{aligned} \frac{A(s - s_2) + B(s - s_1)}{(s - s_1)(s - s_2)} &= \frac{-0,5s}{(s - s_1)(s - s_2)} \\ \frac{s(A + B) + (-A.s_2 - B.s_1)}{(s - s_1)(s - s_2)} &= \frac{-0,5s}{(s - s_1)(s - s_2)} \end{aligned}$$

Se despeja entonces que:

$$s(A + B) = -0,5s$$

y que:

$$(-A.s_2 - B.s_1) = 0$$

Desarrollando, se llega a que:

$$A = -1/4 + j0,0251 \quad (16)$$

$$B = -1/4 - j0,0251 \quad (17)$$

y reemplazando en la ecuación equivalente a  $H_{11}(s)$

$$s \cdot \left[ \frac{-1/4 + j0,0251}{(s - s_1)} + \frac{-1/4 - j0,0251}{(s - s_2)} \right]$$

O lo que es lo mismo:

$$\begin{aligned} & \frac{s.A}{(s - s_1)} + \frac{s.B}{(s - s_2)} \\ & A \cdot \frac{s + s_1 - s_1}{(s - s_1)} + B \cdot \frac{s + s_2 - s_2}{(s - s_2)} \\ & A \cdot \left[ 1 + \frac{s_1}{(s - s_1)} \right] + B \cdot \left[ 1 + \frac{s_2}{(s - s_2)} \right] \\ & A + A \frac{s_1}{s - s_1} + B + B \frac{s_2}{s - s_2} \\ & (A + B) + A.s_1 \cdot \frac{1}{s - s_1} + B.s_2 \cdot \frac{1}{s - s_2} \end{aligned} \quad (18)$$

La ecuación 18 resulta más simple de anti-transformar mediante Laplace, por lo que, sabiendo que:

$$\mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{s + \alpha} \right\} = e^{-\alpha.t} \quad (19)$$

$$\mathcal{L}^{-1} \{1\} = \delta(t) \quad (20)$$

Anti-transformo la ecuación 18 y, de esta manera, obtengo la respuesta al impulso en el tiempo  $t$ :

$$(A + B)\delta(t) + A.s_1.e^{s_1.t} + B.s_2.e^{s_2.t} \quad (21)$$

El gráfico de la figura 2 representa esta ecuación en el tiempo.

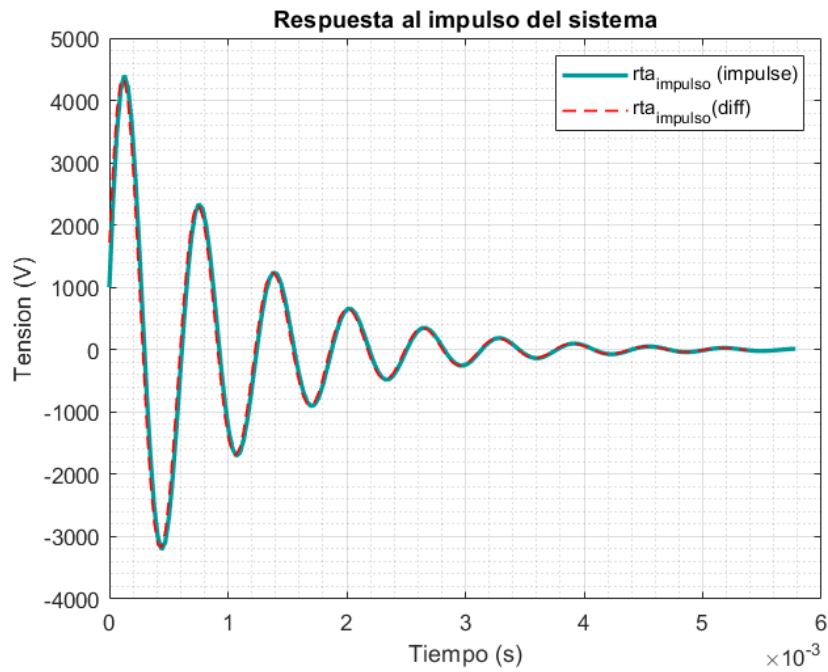


Figure 2: Respuesta al impulso

Dado que la respuesta a un impulso es la que se obtiene a la salida al introducir un impulso en la entrada, puede observarse en el gráfico que la tensión tiene un pico de amplitud muy grande en la entrada, y luego comienza a hacerse cero.

Cabe aclarar que la respuesta al impulso es la derivada de la respuesta al escalón, es decir que representa su crecimiento en el tiempo.

Se toman condiciones iniciales nulas.

Para obtener la respuesta al escalón:

$$H(s) \cdot \frac{1}{s} = \frac{H(s)}{s} \quad (22)$$

y aplico la anti-transformada de Laplace:

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{H(s)}{s}\right\} \quad (23)$$

Dado que

$$H(s) \cdot \frac{1}{s} = \frac{-0.5s}{s^2 + 2000s + 1.10^8} \quad (24)$$

este resultado es el mismo que se obtuvo con anterioridad, solo que luego se lo multiplicó por  $s$ .

De esta manera, se debe anti-transformar:

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{A \cdot \frac{1}{s - s_1} + B \cdot \frac{1}{s - s_2}\right\} \quad (25)$$

y utilizando las igualdades auxiliares 19 y 20, la respuesta al escalón en el tiempo  $t$  resulta:

$$A \cdot e^{s_1 \cdot t} + B \cdot e^{s_2 \cdot t} \quad (26)$$

Si bien en la función 26 no se muestran los valores numéricos, el  $\tau$  de la función vale  $\frac{1}{1000}$ . Es decir, que  $\tau = 10^{-3}$ . Esto se deduce de la ecuación general de circuitos con capacitores:  $v_c(t) = K_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + K_1$  siendo  $K_0$  y  $K_1$  constantes. En la ecuación de respuesta al escalón en el tiempo, se tiene una  $s_1$  y  $s_2$  como polos complejos, pero separando en parte real e imaginaria, la parte imaginaria se puede convertir a una ecuación de cosenos y senos, quedando solamente la parte real multiplicada por  $t$ . Dado que esta es  $-1000t$  se concluye que  $\tau$  es simplemente  $\frac{1}{1000}$ .

Por otro lado, es importante aclarar que tanto la respuesta al impulso, como al escalón poseen el mismo  $\tau$  y, como puede observarse en el gráfico, aproximadamente a los  $5\tau$  el 99% de la respuesta ha ocurrido, lo cual se corresponde con lo esperado teóricamente.

Además, ambas respuestas oscilan a la frecuencia de resonancia, o de corte, que es:  $1591,5494 Hz$ .

Se presenta a continuación el gráfico de la respuesta al escalón en la figura 3.



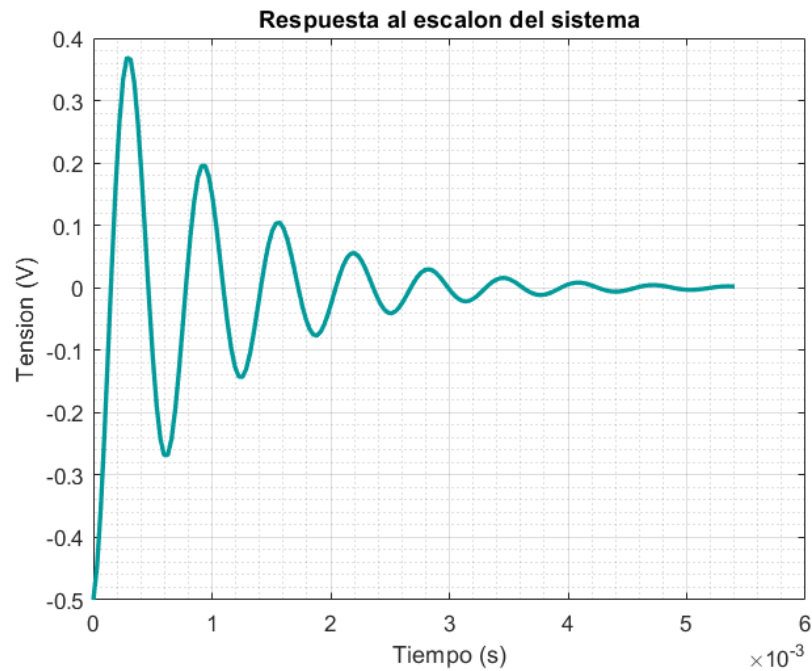


Figure 3: Resposta al escalón

Este gráfico representa el comportamiento del circuito cuando se excita mediante la función escalón, ya sea debido a una fuente de tensión o corriente.

Puede observarse que luego de la excitación inicial comienza a descender rápidamente hasta hacerse cero.

En comparación con el gráfico de respuesta al impulso, no posee una subida tan alta y más rápida debido en parte a que la función de dirac desaparece y también desaparecen las constantes  $s_1$  y  $s_2$  que multiplican a la función.

Pueden observarse los dos en un mismo gráfico a continuación:

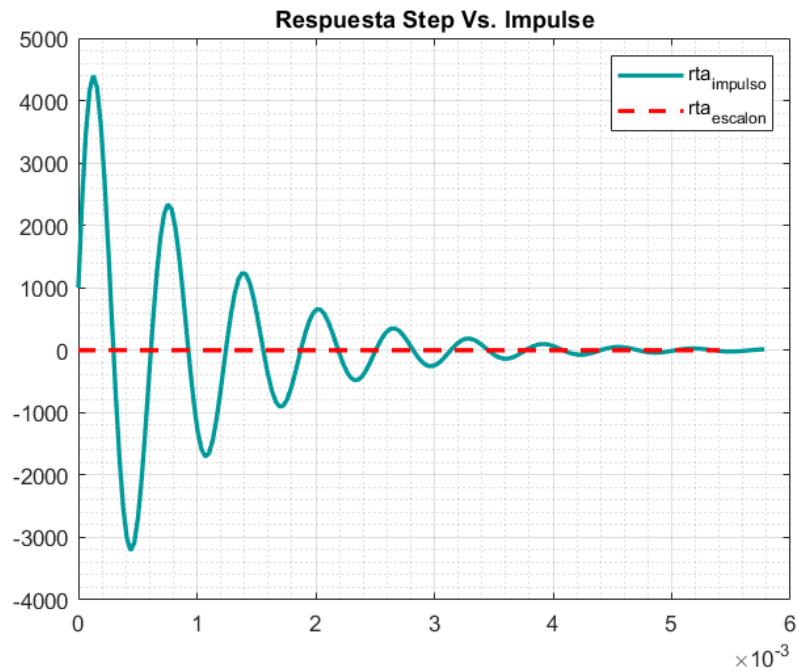


Figure 4: Respuesta Escalón Vs Impulso

En este gráfico 4, se hace evidente la diferencia de tensión en el tiempo. La respuesta al escalón parece prácticamente una línea recta vista con zoom para poder previsualizar completamente la respuesta al impulso.

Aunque vale remarcar, que el  $\tau$  es el mismo para ambos y su frecuencia de oscilación, que es la de corte, también es la misma.

3. *Elegir un circuito con amplificadores operacionales que cumpla con la transferencia propuesta. Justificar la elección del mismo*

Se propone como filtro inversor High Pass de Segundo Orden el siguiente circuito (que de hecho es el ejercicio H del punto 3 de la guía 2-B):

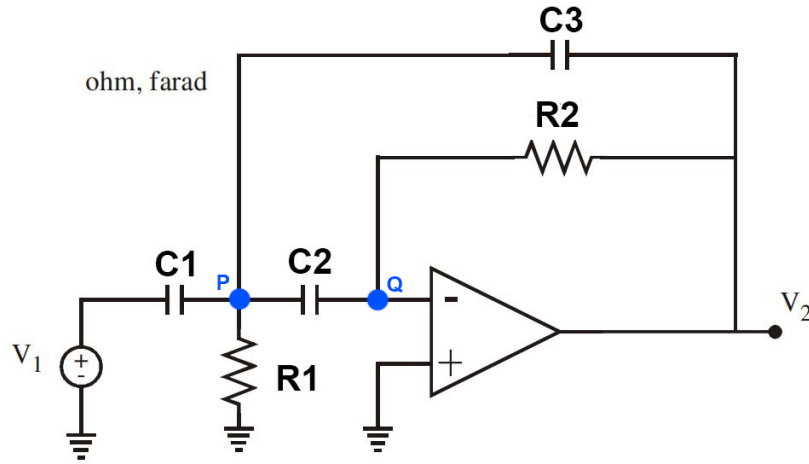


Figure 5: Filtro Inversor High Pass de 2do Orden

El circuito utiliza un solo amplificador operacional para lograr invertir la tensión y, junto con los capacitores, obtener una ecuación de segundo orden que permita obtener una  $H(s)$  de transferencia igual a la  $H_{11}(s)$  pedida. Esto es deseable, puesto que permite ahorrar dinero y utilizar valores comerciales accesibles.

Siempre se debe intentar reducir los costos de producción lo más posible, por lo que, en este caso, el circuito de la figura 5 parece indicado para cumplir este objetivo.

Para obtener el orden del circuito:

$$O(f) = \sum x - \sum m - \sum n \quad (27)$$

donde  $O(f)$  es el orden del circuito,  $\sum x$  es la cantidad de elementos almacenadores de energía,  $\sum m$  es la cantidad de mallas que solo poseen elementos almacenadores de energía del mismo tipo sin resistores, u otro tipo de elemento circuital, salvo fuentes, y  $\sum n$  es la cantidad de nodos a los que solo acceden almacenadores de energía del mismo tipo, sin resistores, u otro tipo de elemento circuital, salvo fuentes.

Para el circuito en cuestión, hay una sola malla que posee únicamente capacitores con dos fuentes ( $V_1$ , la que entrega energía al circuito, y  $V_{opamp}$ , la del amplificador operacional). Puede observarse esta malla en la figura 6 a continuación:

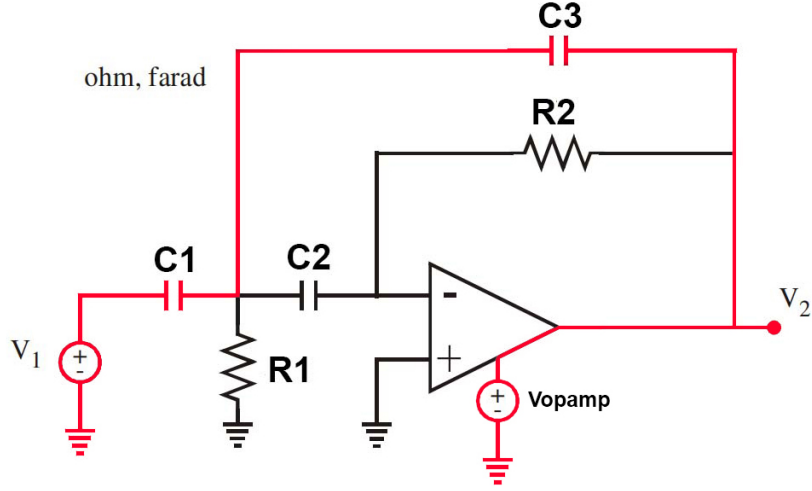


Figure 6: Malla del circuito que une almacenadores de energía del mismo tipo.

Además, dado que posee tres capacitores,  $C_1$ ,  $C_2$  y  $C_3$ , y no posee nodos a los que acceden solamente capacitores, el orden del circuito es entonces:

$$O(f) = 3 - 1 - 0 = 2 \quad (28)$$

Este resultado se corresponde con la forma general de la ecuación.

$$H_{11}(s).$$

Por otro lado, analizando los nodos de la figura 5

Se llega a que:

$$0 = V_P \left( \frac{1}{R_1} + sC_2 + sC_3 + sC_1 \right) - V_1(sC_1) - V_2(sC_3) \quad (29)$$

$$0 = V_Q \left( \frac{1}{R_2} + sC_2 \right) - V_P(sC_2) - V_2 \left( \frac{1}{R_2} \right) \quad (30)$$

siendo  $s = jw$  ya que únicamente se realiza el análisis frecuencial. Además, como el borne positivo del amplificador operacional está conectado a tierra y la corriente es entrante y nula en ambos bornes, la tensión es idéntica. De esta manera, se concluye que  $V_Q = 0$ .

Entonces, en la ecuación 30 del nodo  $Q$  puede removerse  $V_Q$  ya que se anula, y simplificarse a:

$$V_P = \frac{-V_2}{sR_2C_2} \quad (31)$$

Reemplazo esta ecuación en la 29 del nodo P:

$$0 = \frac{-V_2}{sR_2C_2} \left( \frac{1}{R_1} + s(C_1 + C_2 + C_3) \right) - V_1(sC_1) - V_2(sC_3) \quad (32)$$

Desarrollando un poco la ecuación:

$$\begin{aligned} 0 &= V_2 \left( -\frac{1}{R_1R_2C_2s} - sC_3 - \frac{s(C_1 + C_2 + C_3)}{sC_2R_2} \right) - V_1(sC_1) \\ V_2 &= V_1 \left[ \frac{sC_1}{-\frac{1}{R_1R_2C_2s} - sC_3 - \frac{C_1+C_2+C_3}{C_2R_2}} \right] \cdot \frac{-s}{-s} \\ V_2 &= V_1 \left[ \frac{-C_1s^2}{s^2C_3 + \frac{C_1+C_2+C_3}{C_2R_2}s + \frac{1}{R_1R_2C_2}} \cdot \frac{\frac{1}{C_3}}{\frac{1}{C_3}} \right] \end{aligned}$$

Pasando a forma canónica el denominador:

$$V_2 = V_1 \left[ \frac{\frac{-C_1}{C_3}s^2}{s^2 + \frac{C_1+C_2+C_3}{C_2C_3R_2}s + \frac{1}{R_1R_2C_2C_3}} \right] \quad (33)$$

Dado que  $H(s) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{V_2}{V_1}$ , se deduce que:

$$H(s) = \frac{\frac{-C_1}{C_3}s^2}{s^2 + \frac{C_1+C_2+C_3}{C_2C_3R_2}s + \frac{1}{R_1R_2C_2C_3}} \quad (34)$$

También puede observarse, la no-dependencia del valor numérico de  $V_1$  para hallar  $H(s)$ .

De esta manera, con los resultado del punto 1. pueden obtenerse distintos valores para armar el circuito en su forma real.

4. *Definir los valores de los componentes, normalizando según se indica. Recalcular la transferencia con los valores normalizados.*

Para calcular los valores de los componentes de forma que se obtenga una  $H(s) = H_{11}(s)$ , debe cumplirse que la ecuación 4 sea igual a la ecuación 34.

Entonces:

$$h_0(s) = -0,5 = -\frac{C_1}{C_3} \quad (35)$$

Es decir que:

$$0,5C_3 = C_1 \quad (36)$$

También,

$$\frac{w_0}{Q} = \frac{C_1 + C_2 + C_3}{C_2 C_3 R_2} = 2000 \quad (37)$$

y por último:

$$w_0^2 = \frac{1}{R_1 R_2 C_2 C_3} = 1.10^8 \quad (38)$$

que es lo mismo que:

$$\frac{1}{R_1 R_2 C_3 1.10^8} = C_2 \quad (39)$$

Se propone en el ejercicio utilizar la serie de capacitores del 10% (E24) y valores entre  $1nF$  y  $1\mu F$ , para los resistores se recomienda utilizar la serie del 5% (E24) y valores entre  $1k\Omega$  y  $1M\Omega$ .

Entonces, parece lo mejor comenzar definiendo el valor de los capacitores, ya que suele haber menos opciones a la hora de comprar y a partir de ellos, definir las resistencias.

Los valores que se pueden tomar como "fijos" son los del capacitor  $C_1$  y del capacitor  $C_3$  ya que para que  $C_1$  sea justo la mitad de  $C_3$  y tengan valores comerciales simples de conseguir en una tienda de electrónica lo mejor es elegirlos en función de los valores posibles que permitan que  $C_1$  sea exactamente la mitad de  $C_3$ .

A continuación, resulta conveniente definir distintos valores de  $C_2$  y comparar en una tabla las distintas relaciones con los valores de resistencias  $R_1$  y  $R_2$  hasta encontrar alguna relación que de valores comerciales y cumpla con lo solicitado por el ejercicio.

Se tomó como referencia para los valores, la tienda comercial de electrónica SyC Electrónica (<https://www.sycelectronica.com.ar/>). De la cual se tienen hasta tres combinaciones posibles para los capacitores  $C_1$  y  $C_3$ .

En primer lugar, se toman constantes  $C_3 = 22nF$  y  $C_1 = 11nF$  (aunque en la tienda se consigue de  $10nF$ ).

1. Relaciones posibles entre los componentes del circuito										
$C_1 [nF]$	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11
$C_3 [nF]$	22	22	22	22	22	22	22	22	22	22
$C_2 [nF]$	1	10	22	47	100	150	220	330	470	1000
$R_1 [\Omega]$	588, 23	465, 11	363, 63	250	150, 37	109, 28	79, 05	55, 09	39, 76	19, 36
$R_2 [k\Omega]$	772, 72	97, 72	56, 81	38, 68	30, 22	27, 72	26, 136	25, 00	24, 32	23, 47

En segundo lugar, se toman constantes  $C_3 = 47nF$  y  $C_1 = 23,5nF$  (aunque en la tienda se consigue de  $22nF$ ).

2. Relaciones posibles entre los componentes del circuito										
$C_1 [nF]$	23, 5	23, 5	23, 5	23, 5	23, 5	23, 5	23, 5	23, 5	23, 5	23, 5
$C_3 [nF]$	47	47	47	47	47	47	47	47	47	47
$C_2 [nF]$	1	10	22	47	100	150	220	330	470	1000
$R_1 [\Omega]$	279, 72	248, 44	216, 21	170, 21	117, 30	90, 70	68, 84	49, 93	37, 00	18, 68
$R_2 [k\Omega]$	760, 68	85, 638	44, 72	26, 59	18, 13	15, 63	14, 04	12, 91	12, 23	11, 38

En tercer lugar, se toman constantes  $C_3 = 100nF$  y  $C_1 = 50nF$  (aunque en la tienda se consigue de  $47nF$ ).

3. Relaciones posibles entre los componentes del circuito										
$C_1 [nF]$	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50
$C_3 [nF]$	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
$C_2 [nF]$	1	10	22	47	100	150	220	330	470	1000
$R_1 [\Omega]$	132, 45	125	116, 27	101, 52	80	66, 66	54, 05	41, 66	32, 25	17, 39
$R_2 [k\Omega]$	755, 00	80, 00	39, 09	20, 95	12, 50	10, 00	8, 40	7, 27	6, 59	5, 75

Por último, se toman constantes  $C_3 = 1000nF$  y  $C_1 = 500nF$  (aunque en la tienda se consigue de  $470nF$ ).

4. Relaciones posibles entre los componentes del circuito										
$C_1 [nF]$	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500
$C_3 [nF]$	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000
$C_2 [nF]$	1	10	22	47	100	150	220	330	470	1000
$R_1 [\Omega]$	13, 32	13, 24	13, 14	12, 92	12, 5	12, 12	11, 62	10, 92	10, 15	8
$R_2 [k\Omega]$	750, 50	75, 50	34, 59	16, 45	8, 00	5, 50	3, 90	2, 77	2, 09	1, 24

A simple vista se puede deducir que a medida que aumenta el valor de los capacitores las resistencias se hacen más pequeñas. En la primer tabla de relaciones posibles entre los componentes del circuito, se observa que la resistencia  $R_1$  adopta su valor máximo en comparación con los valores de todas las tablas, pero al mismo tiempo dicho valor no alcanza para superar, o igualar,  $1k\Omega$ , que es el valor mínimo de resistencia solicitado. Por otro lado,  $R_2$  lo supera para cualquier combinación propuesta en las tablas. Los valores de los capacitores son válidos para el rango especificado en todas las tablas.

Por lo que, se propone resolver el circuito eligiendo valores que sean comercialmente accesibles tanto en stock como en valor monetario. Además, se toman en cuenta valores que tengan un error porcentual bajo. Es así, que se presenta la siguiente tabla con los valores ideales y los "normalizados", es decir aquellos que se compran porque son los que posee la tienda de electrónica.

Valores	Ideales	Normalizados
$C_1$	$50nF$	$47nF$
$C_2$	$50nF$	$47nF$
$C_3$	$100nF$	$100nF$
$R_1$	$100\Omega$	$100\Omega$
$R_2$	$20k\Omega$	$22k\Omega$

A su vez, vale aclarar que se especifica el valor ideal y el valor real que se consigue en una tienda de electrónica.

Por otro lado, la transferencia con los valores normalizados vale:

$$H_n(s) = \frac{\frac{-47 \cdot 10^{-9} F}{100 \cdot 10^{-9} F} s^2}{s^2 + \frac{(47+47+100) \cdot 10^{-9} F}{47 \cdot 10^{-9} F 100 \cdot 10^{-9} F 22000 \Omega} s + \frac{1}{100 \Omega 22000 \Omega 47 \cdot 10^{-9} F 100 \cdot 10^{-9} F}} \quad (40)$$

$$H_n(s) = \frac{-0.47s^2}{s^2 + 1872,20s + 96711798,84} \quad (41)$$

como puede observarse en la ecuación 41 no es igual a la  $H_{11}(s)$  ideal. Esto se debe a que los valores que se consiguen no son exactos y es necesario encontrar la solución que aproxime mejor al resultado.

5. Calcular el error porcentual de los parámetros  $w_0$ ,  $Q$ , la ganancia y las singularidades del sistema respecto a la transferencia original.

El error porcentual se calcula como:

$$E_{\%}(s) = \frac{|X_0 - X_n|}{|X_0|} \cdot 100\% \quad (42)$$

tal que  $X_0$  es el valor real (en este caso el ideal) y  $X_n$  el valor normalizado.

Es necesario recalcular  $w_{0norm}$ ,  $Q_{norm}$ , la ganancia y las singularidades para los nuevos valores normalizados.

$$w_{0norm} = \sqrt{96711798,84} = 9834,2157 \quad (43)$$

$$f_{0norm} = \frac{9834,2157}{2\pi} = 1565,1640 \quad (44)$$

$$Q_{norm} = \frac{9834,2157}{1872,20} = 5,2415 \quad (45)$$



$$ganancia_{norm} = -0,47 \quad (46)$$

Las singularidades se pueden obtener por la fórmula resolvente:

$$s_{1_{norm}} = -938,1044 - j9789,3696 \quad (47)$$

$$s_{2_{norm}} = -938,1044 + j9789,3696 \quad (48)$$

Por cierto, la función normalizada sigue teniendo un cero doble en  $s = 0$ .

De esta forma, los errores porcentuales pedidos son:

$$E_{w_0}(s) = \frac{|10000 - 9834,2157|}{|10000|} \cdot 100\% = 1,65\% \quad (49)$$

$$E_Q(s) = \frac{|5 - 5,2415|}{|5|} \cdot 100\% = 4,83\% \quad (50)$$

$$E_{ganancia}(s) = \frac{|-0.5 + 0.47|}{|-0.5|} \cdot 100\% = 6\% \quad (51)$$

El error porcentual de las singularidades  $s_1$  y  $s_2$  es igual.

$$E_{s_1} = E_{s_2} = \frac{|-1000 - j9949,87 + 938,1044 + j9789,3696|}{|-1000 - j9949,87|} \cdot 100\% = \frac{172,0215}{9999,9956} \cdot 100\% = 1,72\% \quad (52)$$

En todos los casos, el error porcentual no supera el 10%, por lo que puede considerarse un error aceptable para los cálculos. Aunque es importante aclarar, que se debe tener en cuenta a la hora de realizar las mediciones.

6. *Realizar las siguientes simulaciones con Octave o Python, tanto para la transferencia original como para la transferencia con los valores normalizados:*

*Superponer los gráficos en cada caso y realizar un análisis de los mismos.*

- (a) *Diagramas de Bode de módulo y fase.*

A continuación se presenta el diagrama de Bode para la transformación original,  $H_{11}(s)$  de la ecuación 1, con línea sólida y la normalizada  $H_n(s)$ , es decir la ecuación 41, en línea punteada:

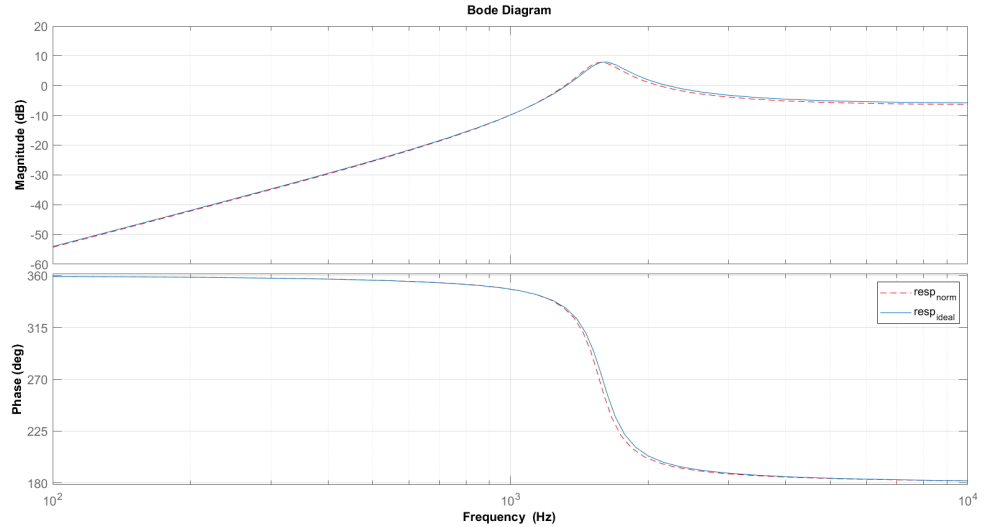


Figure 7: Gráfico de Magnitud y Fase para  $H_{11}(s)$  y  $H_n(s)$ .

Como puede observarse en la figura 7, la  $H_n(s)$ , de color rojo y línea punteada, aproxima muy bien a la curva ideal de la  $H_{11}(s)$ , de color azul y línea sólida.

Esto significa que obteniendo componentes fieles a las medidas normalizadas, puede lograrse un resultado muy similar y con un error pequeño.

También es importante notar que al ser un filtro pasa altos (High Pass), corta las frecuencias más graves o bajas, dejando pasar las altas, lo cual se puede apreciar perfectamente en el filtro. Esto se debe a que posee al menos un cero en  $s = 0$ , en este caso es un cero doble, y calculando junto con los polos se obtiene dicho diagrama de bode.

Por otro lado, también se puede visualizar la frecuencia de resonancia cercana a los  $1500\text{Hz}$ ,  $1591,5494\text{Hz}$  exactamente. Lo que indicaría que el gráfico debería ser correcto.

(b) *Respuesta al escalón.*

Para calcular la respuesta al escalón de la función normalizada, se utilizará el mismo procedimiento que en el ejercicio 2, con la diferencia de que no se resolverá el despeje, si no que se plantearán las mismas ecuaciones modificando el valor de las variables. En primer lugar, los polos ya fueron calculados, en las ecuaciones 47 y 48. Cuyos valores son, respectivamente,  $s_{1_{norm}} = -938,1044 - j9789,3696$  y  $s_{2_{norm}} = -938,1044 + j9789,3696$ .

Para obtener A y B utilizo las ecuaciones de despeje, tal que:

$$A + B = -0.47 \quad (53)$$

$$-A.s_2 - B.s_1 = 0 \quad (54)$$

despejando, se llega a que:

$$A = -0,235 + 0.0225j \quad (55)$$

$$B = -0,235 - 0.0225j \quad (56)$$

Para obtener la respuesta al impulso de  $H_n(s)$  se puede utilizar la ecuación 18, pero con los nuevos valores calculados.

Por lo tanto:

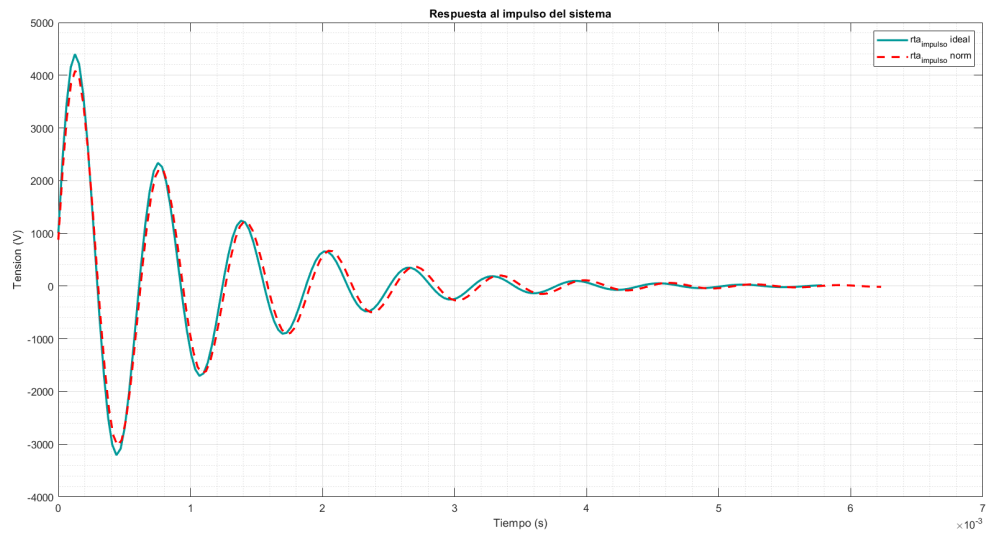


Figure 8: Respuesta al impulso de  $H_{11}(s)$  y  $H_n(s)$ .

Se puede observar que la respuesta con los valores normalizados (color rojo y línea punteada) aproxima muy bien a la función ideal (color azul y línea sólida). Como se comentó en el punto 2, la respuesta al impulso posee un crecimiento muy rápido para luego hacerse cero en un tiempo muy corto.

Siguen siendo válidas las afirmaciones mencionadas anteriormente,

como la frecuencia de oscilación de la respuesta, con la diferencia de que la normalizada posee una leve diferencia, aunque próxima a la ideal ya que coinciden en gran medida.

(c) *Respuesta al impulso.*

Lo mismo sucede con la ecuación 26 para la respuesta al escalón. Se utilizarán los valores de  $A, B, s_1$  y  $s_2$  calculados en el punto anterior.

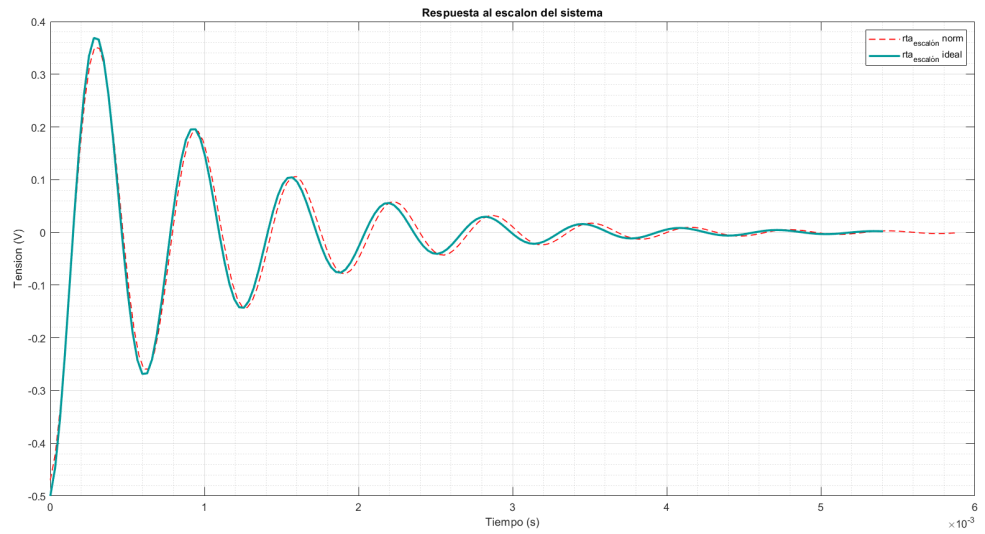


Figure 9: Respuesta al escalón de  $H_{11}(s)$  y  $H_n(s)$ .

Nuevamente, la función normalizada (color rojo) aproxima muy bien a la ideal (azul). Se puede observar un crecimiento muy rápido con una duración muy corta que se aproxima a cero en un tiempo muy corto.

(d) *Respuesta a señal cuadrada de estas frecuencias  $\frac{f_0}{10}$ ,  $f_0$  y  $10f_0$*

Para  $f_0/10$ :

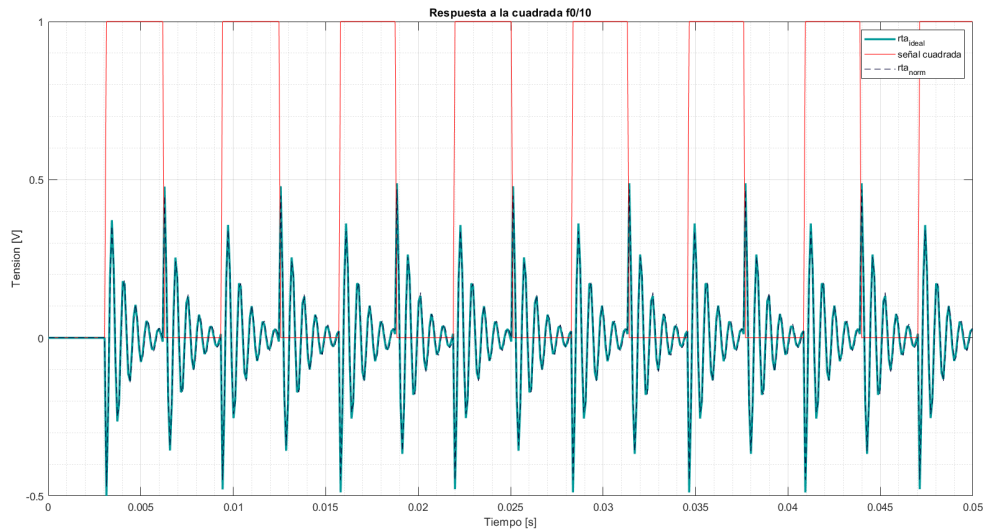


Figure 10: Respuesta a  $f_0/10$  de  $H_{11}(s)$  y  $H_n(s)$ .

En este caso se puede observar como oscila el circuito una vez ocurrido el pulso, esta respuesta es idéntica a la respuesta al escalón hasta que ocurre el siguiente pulso. Esto se debe en parte a los capacitores y a que el capacitor  $C_1$  no permite el paso de corriente una vez se ha cargado, por lo que los capacitores  $C_2$  y  $C_3$  comienzan a descargarse, lo que provoca un cambio de potencial y que el circuito vuelva a modificarse.

Para  $f_0$ :

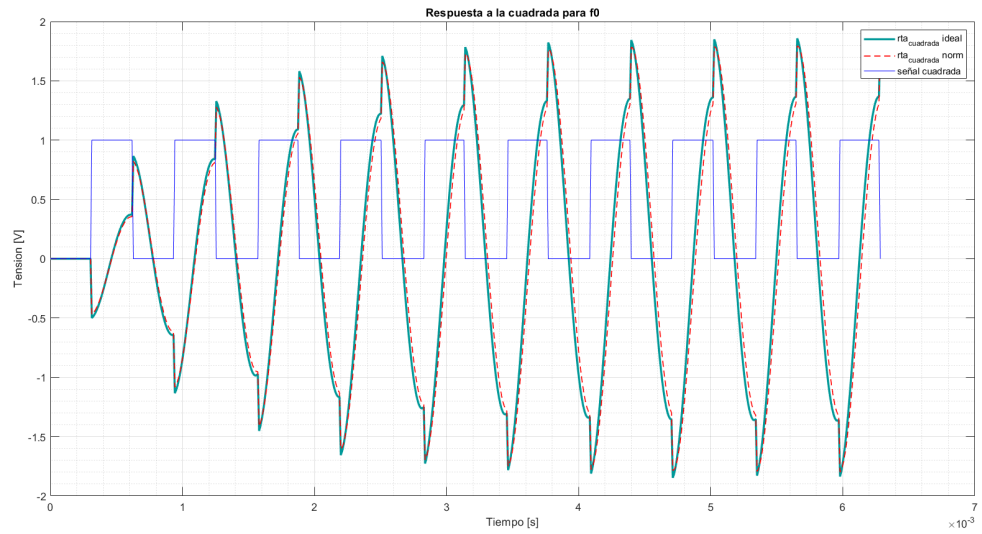


Figure 11: Respuesta a  $f_0$  de  $H_{11}(s)$  y  $H_n(s)$ .

Para  $10f_0$ :

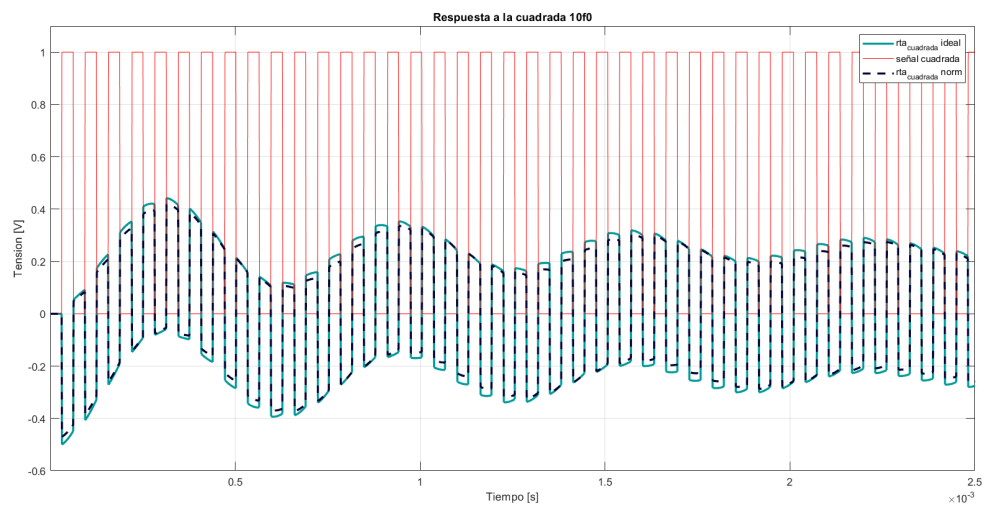


Figure 12: Respuesta a  $10f_0$  de  $H_{11}(s)$  y  $H_n(s)$ .

En este caso, el valor de tensión se estabiliza con un valor a la mitad de su valor inicial (1) e invertido (debido al amplificador operacional).

Esto se explica por la serie de Fourier Trigonométrica, que se presenta a continuación:

$$s(t) \approx \frac{a_0}{2} + \sum_{n \geq 1} a_n \cos\left(\frac{2n\pi t}{T}\right) + \sum_{n \geq 1} b_n \operatorname{sen}\left(\frac{2n\pi t}{T}\right) \quad (57)$$

En un primer momento ( $t = 0$ ), la tensión es exactamente la mitad a la inicial e invertida, pero luego con el paso del tiempo este valor desaparece y se estabiliza en el tiempo como se muestra en la imagen 12.

Para todos los casos, se puede observar que la respuesta de la función de transferencia normalizada aproxima en muy buena medida a la ideal. Cuanto mayor es la frecuencia, menos se aprecia la acción de los capacitores dado que no llegan a cargarse, sucede lo opuesto cuanto menor es la frecuencia. Al cargarse, no permiten el paso de corriente eléctrica.

En el primer caso, llegan a cargarse, pero cuando  $C_1$  se carga ya no permite el paso de corriente, por lo que  $C_2$  y  $C_3$  comienzan a descargarse, y se modifica el circuito, hasta que vuelven a cargarse.

En el segundo caso, en la frecuencia de resonancia, el circuito se comporta de otra manera ya que las impedancias complejas se anulan.

Finalmente, en el último caso, los capacitores no llegan a cargarse y se comportan como un cable, aunque las impedancias de los capacitores  $C_1$  y  $C_3$  afectan su comportamiento.

#### 7. Realizar las siguientes simulaciones del filtro con Spice:

Para el circuito en LTSpice se utilizó el modelo TL081 que se encuentra en la página. Se planteó el circuito de la forma en al que se muestra en la figura 13, modificando los valores según lo pedido por el ejercicio.

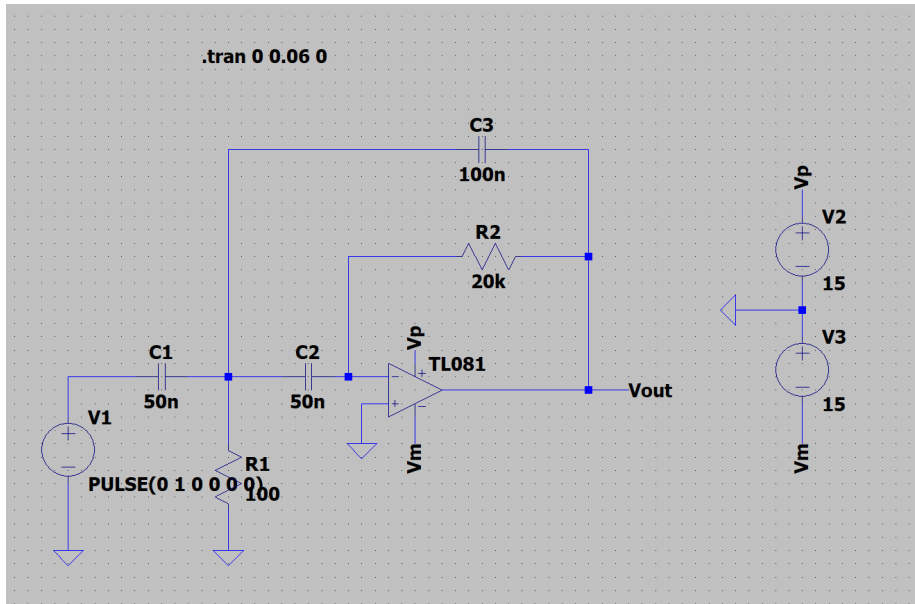


Figure 13: Circuito construido en LTSpice.

(a) *Diagramas de Bode de módulo y fase.*

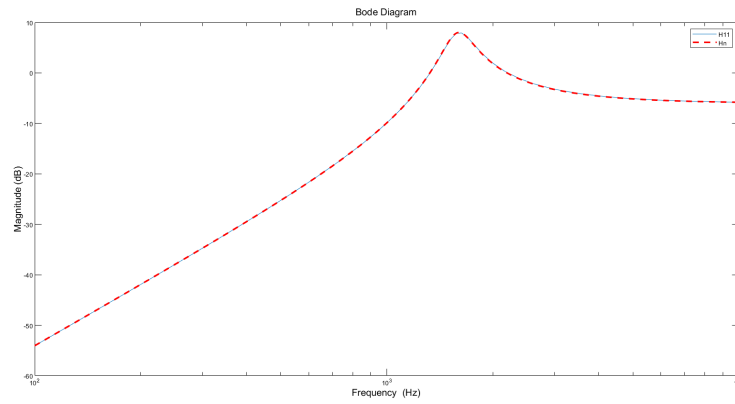


Figure 14: Diagrama de Bode (Magnitud) en Matlab y LTSpice.



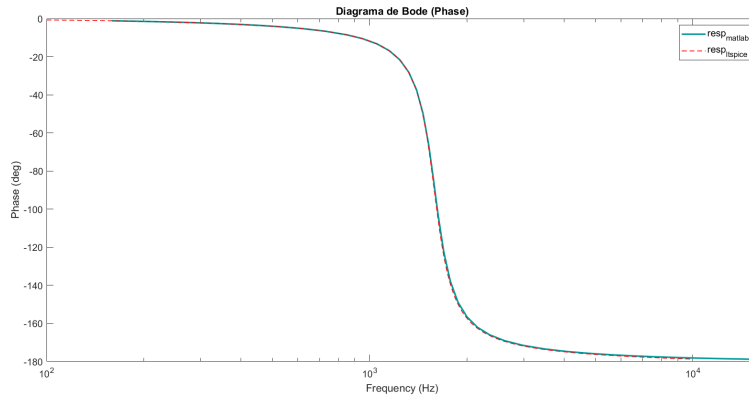


Figure 15: Diagrama de Bode (Fase) en Matlab y LTSpice.

Se puede observar que los puntos coinciden perfectamente en fase y en magnitud. También, vale aclarar que coinciden en su frecuencia de resonancia y dicho valor se encuentra aproximadamente en los  $1500\text{Hz}$  que es donde se calculo el valor teórico.

(b) *Respuesta al escalón.*

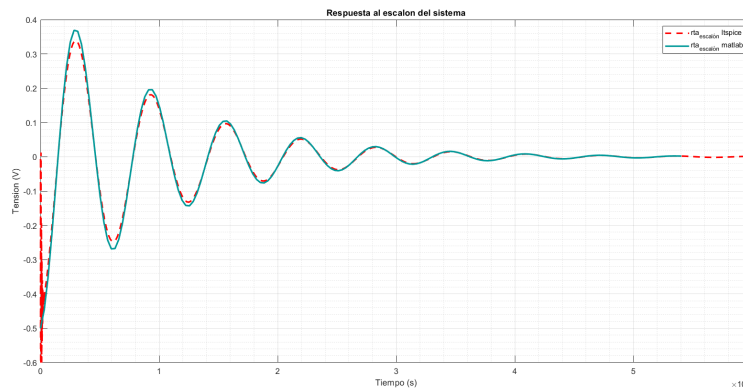


Figure 16: Respuesta al escalón en LTSpice y Matlab

Las respuesta en el LTSpice coincide con la del Matlab en su forma, aunque con pequeñas diferencias, probablemente debido a la simulación del Spice. Por ejemplo, al inicio existen varios puntos que claramente se deben a un error en el simulador y no pudieron ser eliminados, pero en su forma coincide, también en la frecuencia de resonancia y en  $\tau$ .

(c) *Respuesta a señales cuadradas*

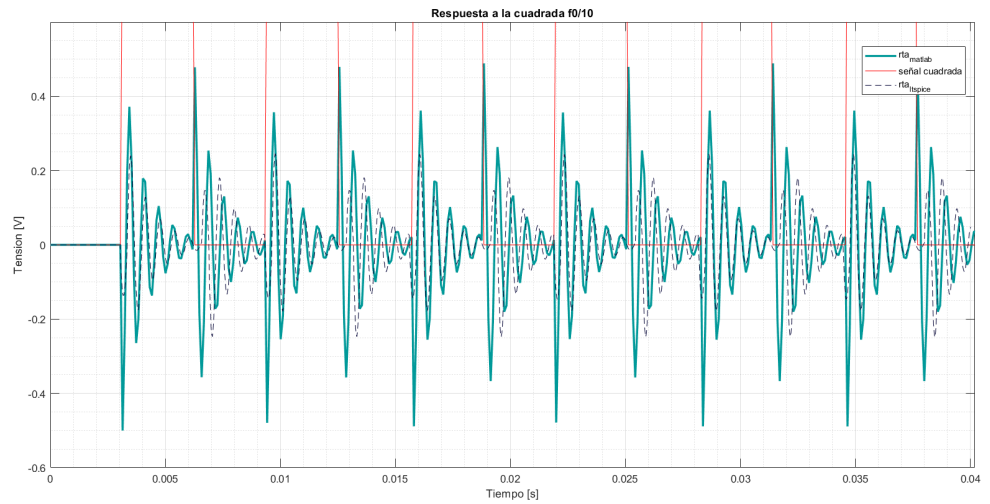


Figure 17: Comparación de señal cuadrada en Matlab con LTSpice a una frecuencia de  $\frac{f_0}{10}$

Siguen siendo válidas las afirmaciones presentadas en puntos anteriores, por lo que en los gráficos que se muestran a continuación sirve recalcar que el Spice aproxima la función de forma aceptable, aunque no exacta. Esto se debe probablemente al comportamiento no-ideal de los componentes que a veces se simulan.

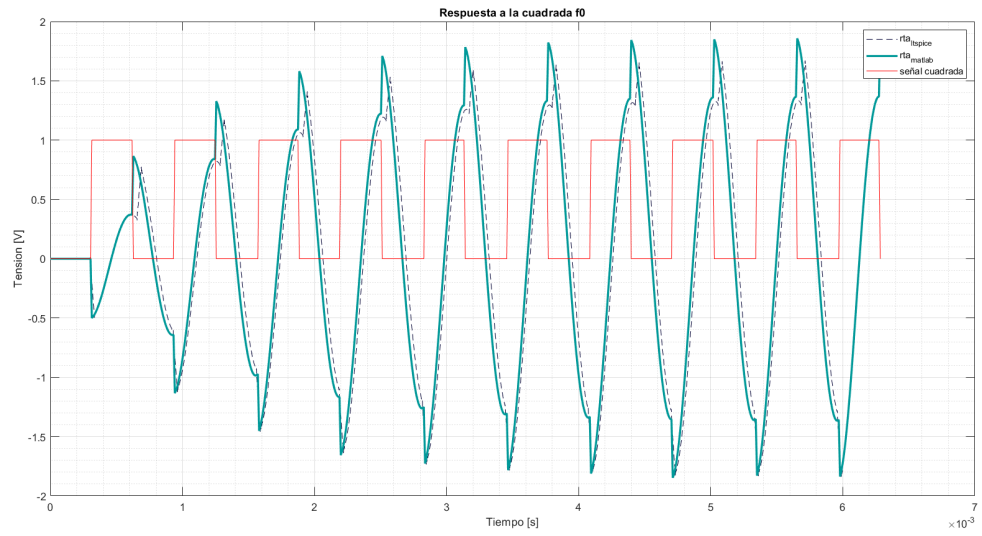


Figure 18: Comparación de señal cuadrada en Matlab con LTSpice a una frecuencia de  $f_0$

En este caso se hace más evidente que la aproximación del Spice es correcta, pero no ideal.

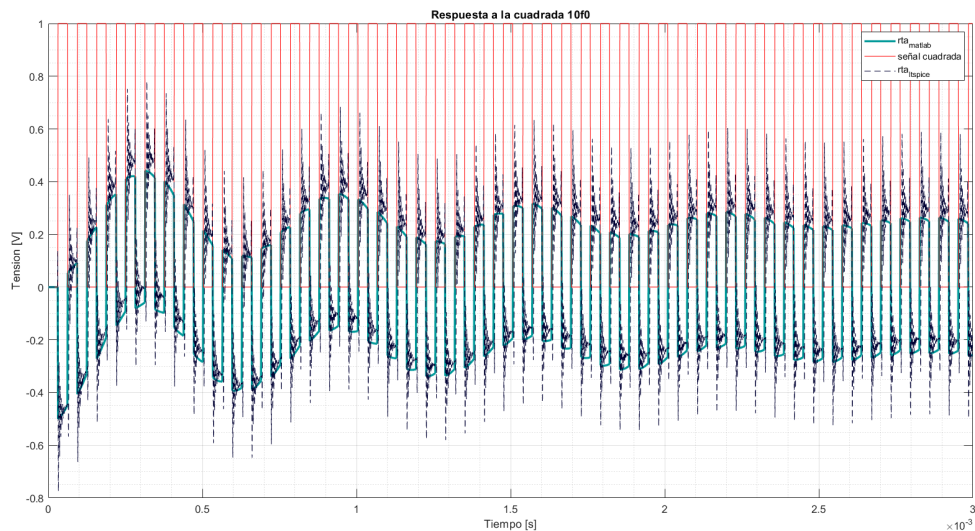


Figure 19: Comparación de señal cuadrada en Matlab con LTSpice a una frecuencia de  $10f_0$

En este último gráfico 19, se puede observar que si bien se modifica la tensión, aún mantiene un comportamiento diferente debido a los capacitores y su tensión. A medida que la frecuencia sea mayor, se debería ir aplanando más.

*Superponer los gráficos con los obtenidos en el inciso anterior y realizar un análisis de los mismos.*

#### 8. Armar el circuito:

- (a) *Utilizar capacitores de poliéster metalizado.*
- (b) *Puede usar el TL081 o cualquiera de la familia TL082 o TL084. Recomendamos utilizar encapsulado DIP.*
- (c) *Para armar el circuito se puede usar Protoboard, placa experimental o una placa diseñada. Por los tiempos de armado y la facilidad para corregir errores recomendamos el uso de protoboard.*
- (d) *Recomendamos que cada 5 alumnos tengan un operacional de reemplazo.*

Para el armado del circuito, se compraron los componentes en SyC Electrónica. Uno de los problemas que ocurrió en el armado fue que hubo que cambiar el TL081, ya que podría haber estado dañado, puesto que no funcionaba como se esperaba. También se tuvo en cuenta la hoja de datos del TL081.

A continuación, se presentan algunas imágenes con el circuito armado y la mesa con las fuentes y el oscilador, etc...

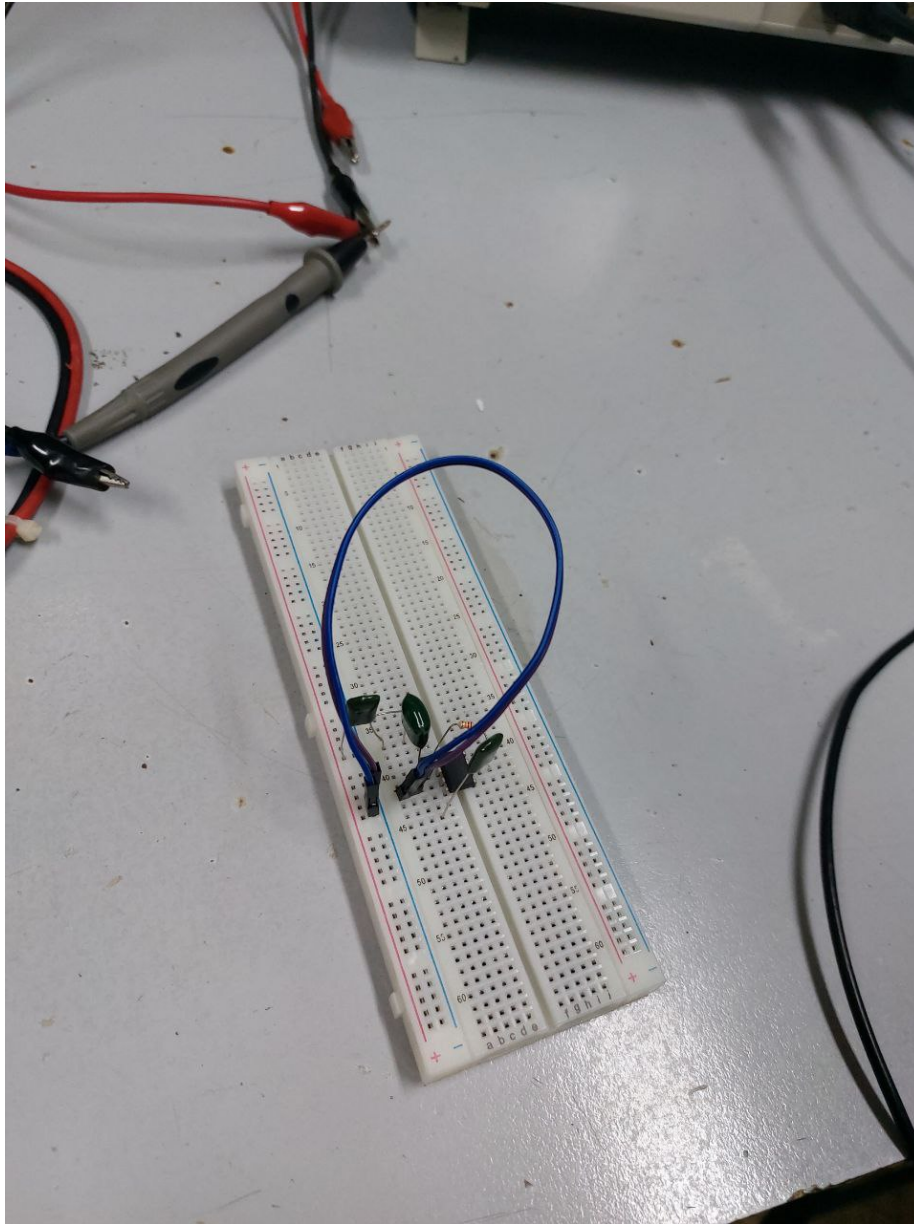


Figure 20: Circuito armado

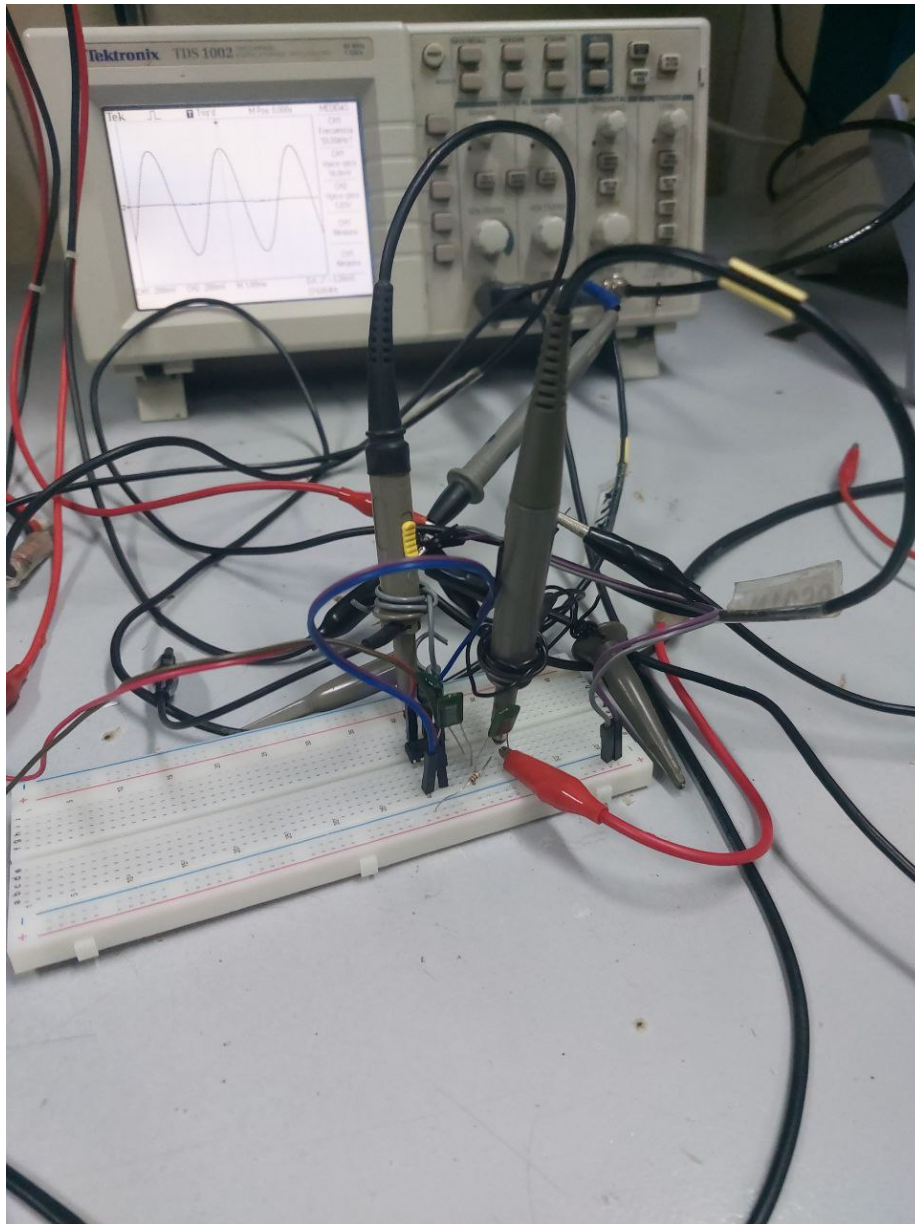


Figure 21: Circuito armado con tensión y señal senoidal





Figure 22: Fuente de tensión

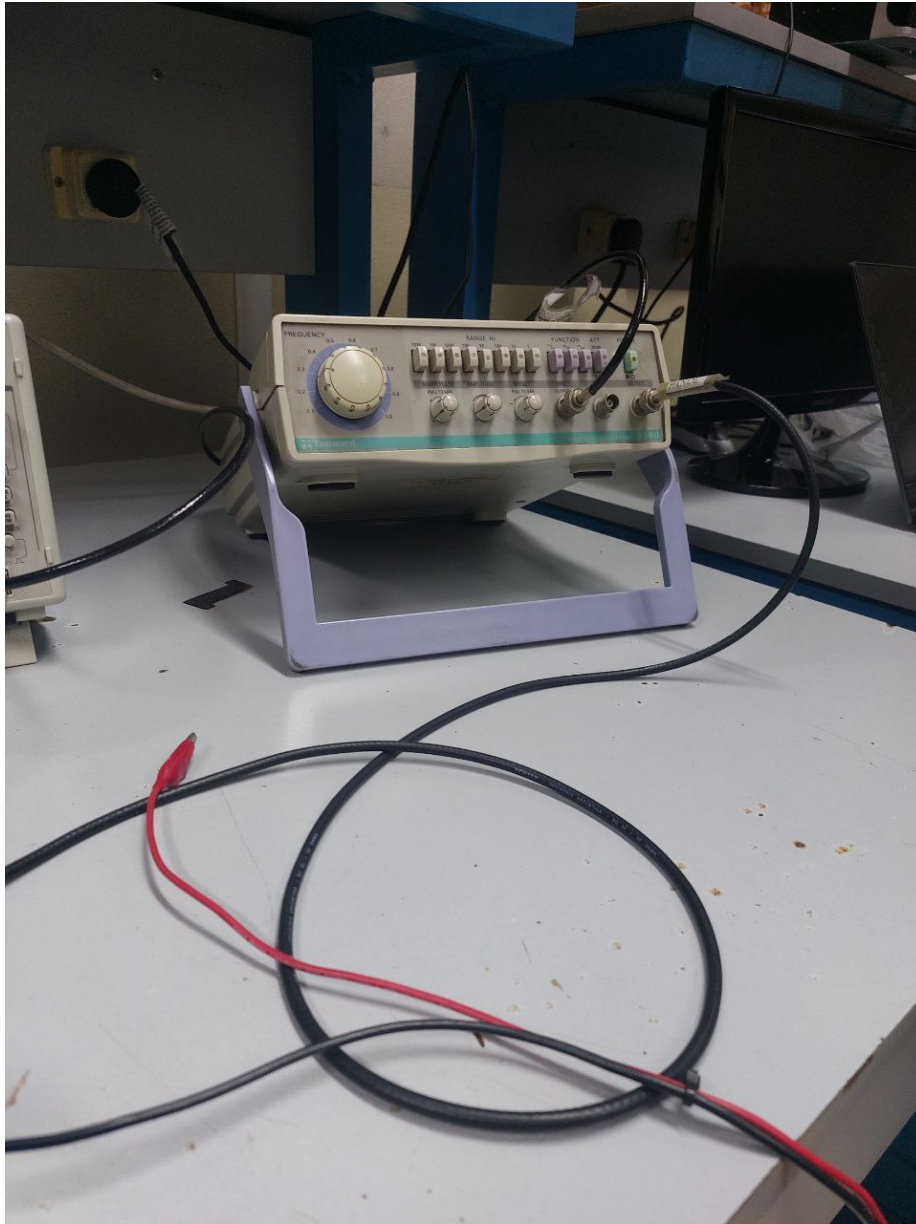


Figure 23: Generador de ondas



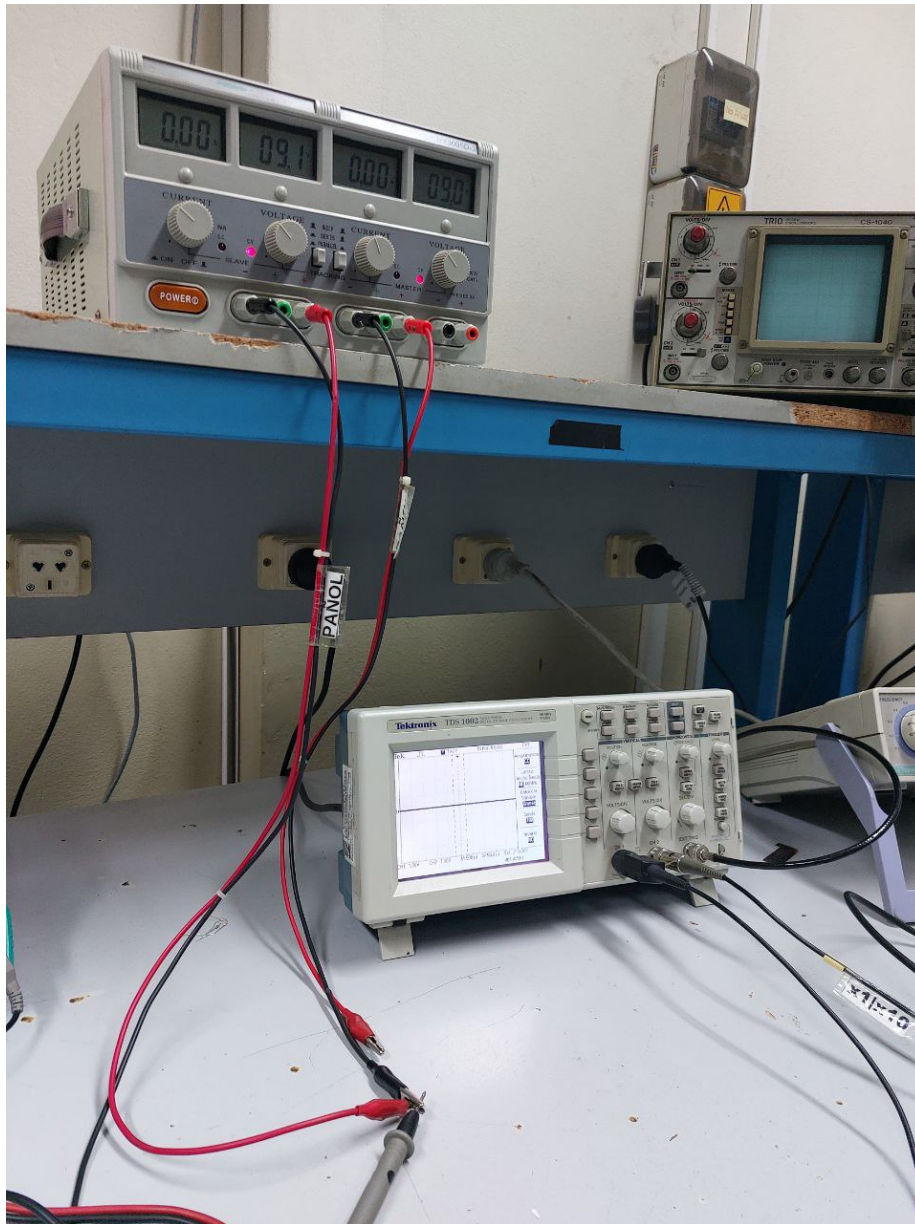


Figure 24: Osciloscopio

9. Realizar la medición del filtro utilizando fuentes de alimentación externa, generador de funciones y osciloscopio.

(a) Medir la respuesta del filtro con excitación senoidal en el rango de

frecuencias desde  $\frac{f_0}{10}$  hasta  $10f_0$ , tomar al menos 10 puntos equiespaciados logarítmicamente. En caso de pasa bandas y notch se debe tener en consideración la banda de interés. Graficar y comparar con las simulaciones.

Se obtuvieron los siguientes valores:

Frecuencia [Hz]	Ganancia [mV]
158	8
264	16
441	43,2
736	138
1227	764
2047	1000
3415	592
5696	504
9501	480
15849	472

Para el gráfico a continuación, fue necesario pasar los valores de ganancia a  $dB$  con la simple ecuación:

$$ganancia[dB] = 20\log\left(\frac{V_{out}}{V_{in}}\right) = 20\log(ganancia) \quad (58)$$

Una vez hecho esto, se volcaron los resultados en el siguiente gráfico comparandolo con el resultado ideal.

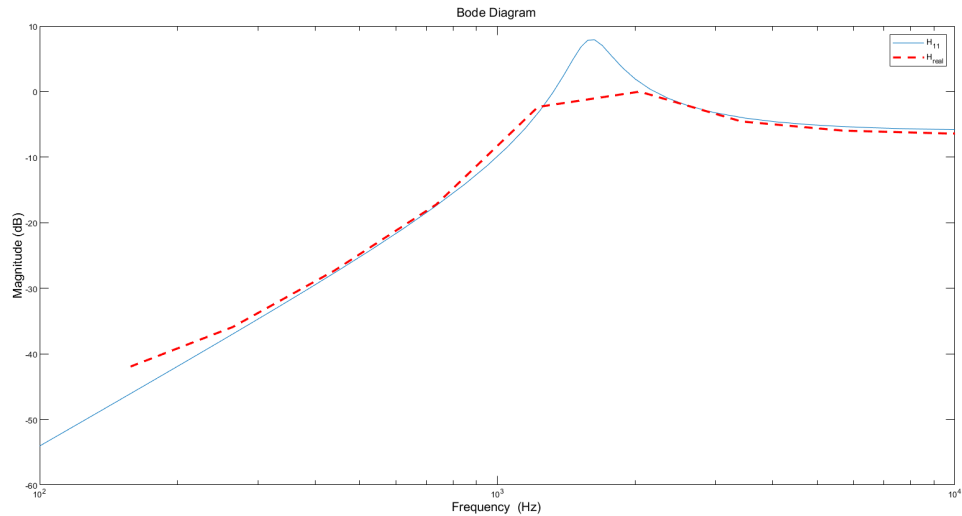


Figure 25: Diagrama de Bode para magnitud, comparación matlab con real)

En la figura 25, puede observarse que todos los puntos tomados respetan la curva ideal de color azul y sólida de forma aproximada.

Los resultados muestran una curva representativa de un filtro High Pass, que posee un leve crecimiento en la zona de la frecuencia de resonancia, aunque no es tan significativo como el de la curva ideal, para luego estancarse dejando pasar las frecuencias altas.

A mayor cantidad de puntos tomados, la curva aproximará mejor.

- (b) *Realizar las respuestas a las señales cuadradas antes calculadas. Comparar con las simulaciones.*

*Analizar la hoja de datos del TL081 para definir la tensión de alimentación. Superponer los gráficos con los obtenidos en el inciso de simulación y realizar un análisis de los mismos,*

Dado que el osciloscopio no tenía entrada de Pendrive para obtener los datos en forma numérica clara, se tomaron fotos para demostrar los resultados obtenidos:

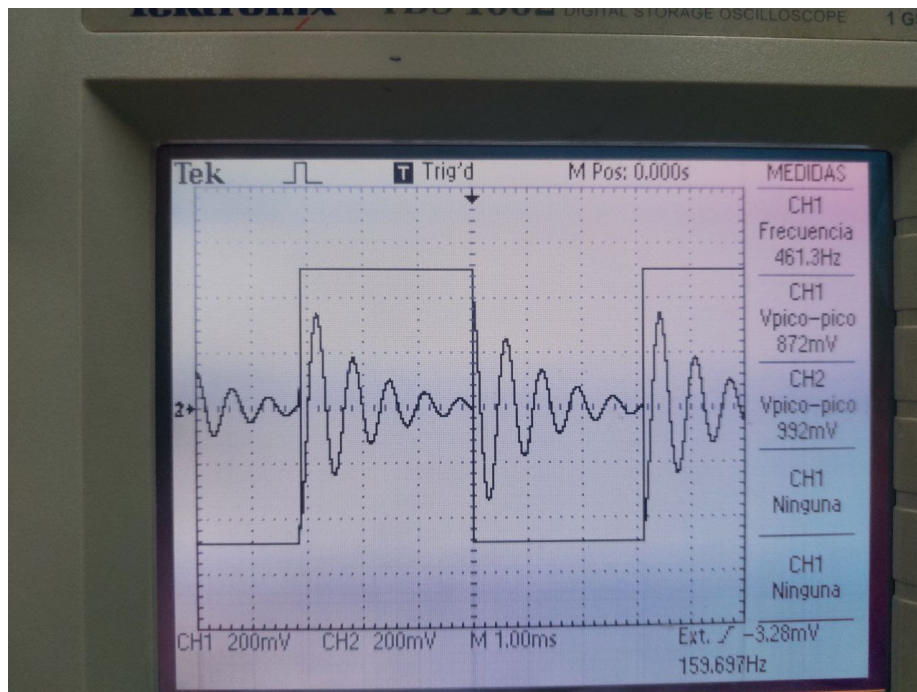


Figure 26: Respuesta a señal cuadrada a  $\frac{f_0}{10}$

Comparando esta respuesta en frecuencia a señal cuadrada con la del matlab de la figura 10, puede observarse que coincide en forma aproximada.

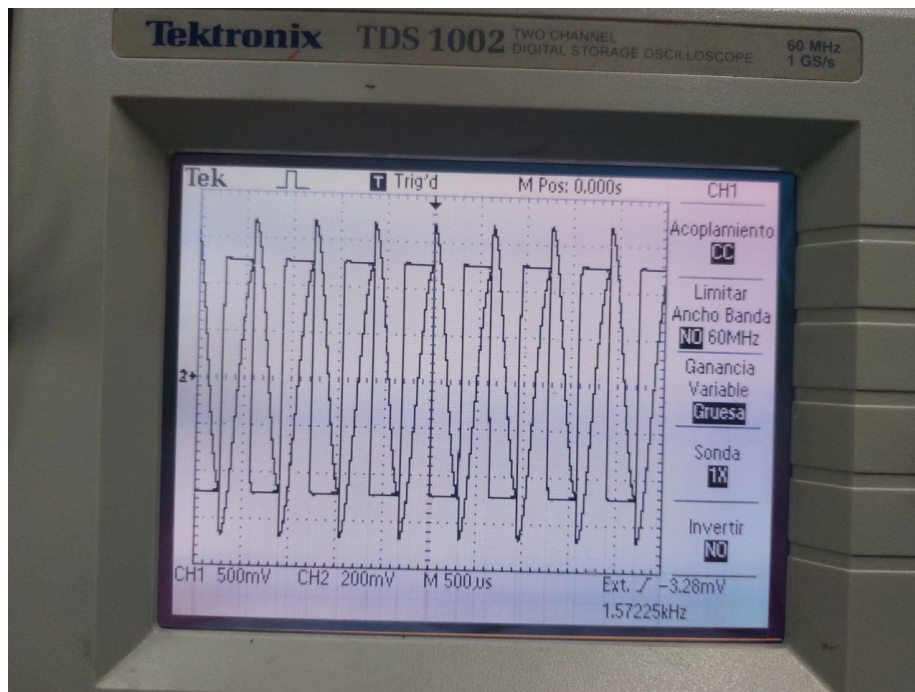


Figure 27: Respuesta a señal cuadrada a  $f_0$

Nuevamente, comparando esta respuesta en frecuencia a señal cuadrada con la del matlab de la figura 11, puede observarse que coincide en forma aproximada.



Figure 28: Respuesta a señal cuadrada a  $10f_0$

Por último, al igual que en los casos anteriores, comparando esta respuesta en frecuencia a señal cuadrada con la del matlab de la figura 12, puede observarse que coincide en forma aproximada.

Vale aclarar, que el generador de ondas llevaba prendido desde hace rato, por lo que se considera que ha alcanzado un estado estacionario.

El "pico" que se da puede deberse a un error con el pico de medición. Además el crecimiento posee la forma de carga de un capacitor.

Esto indicaría que se tuvo éxito a la hora de tomar las mediciones y se obtuvieron resultados esperados a los teóricos, desde ya con un margen de error que es pequeño, pero aceptable.



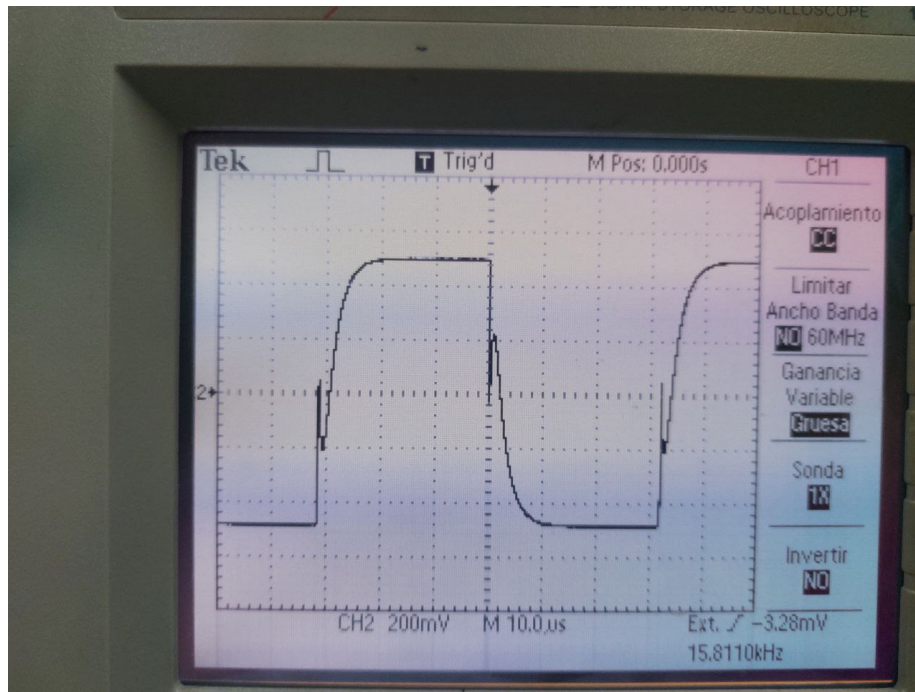


Figure 29: Entrada señal cuadrada para  $10f_0$

En la figura 29, puede observarse que el pulso de señal cuadrada no es ideal, es decir que no posee una subida inmediata, si no que comienza a subir hasta llegar a un estado estacionario.

Este es otro motivo, por el cual no se tienen resultados completamente confiables, pero igualmente se puede lograr una buena aproximación del modelo.

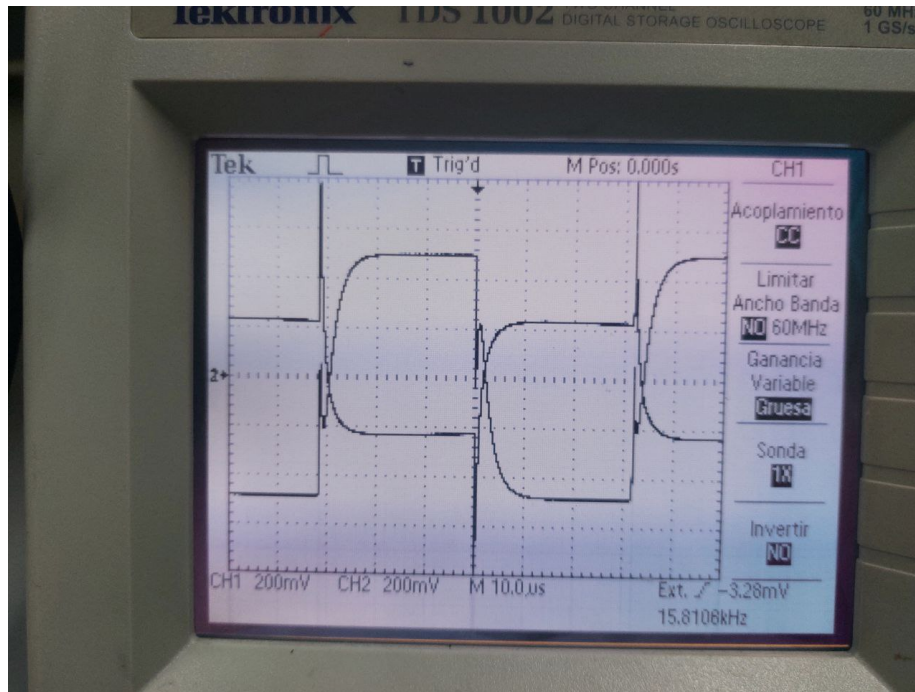


Figure 30: Ambas señales para  $10f_0$

En la figura 30, se presentan ambas señales en un mismo gráfico.

### 3 Conclusiones

*10. Conclusiones del trabajo práctico. El contenido mínimo de esta sección son los problemas que tuvieron para la realización del trabajo práctico y cosas que hayan aprendido en su realización.*

El trabajo práctico sirvió para poner en práctica muchos conceptos aprendidos en clase y ejercitarlos.

Personalmente, tenía conocimientos en LaTeX, pero nunca había utilizado Matlab. Además, LTSpice es un programa que a veces trae complicaciones, como por ejemplo obtener los datos del plot y pasarlos al Matlab, o incluso exportar una imagen (resulta más fácil hacer un screenshot).

Merece ser recalcado el hecho de que, quizás, una de las mayores dificultades fue el corto tiempo para preparar el trabajo y aprender a utilizar nuevas herramientas. Además siempre se ve retrasado debido a errores cometidos a lo largo del mismo, que deben ser corregidos.

Por otro lado, conseguir los componentes no tuvo demasiada complicación, aunque si fue interesante comprobar como un circuito con una función específica puede ser creado de muchas formas diferentes y con distintos valores.



En cuanto a la medición real, resultó provechoso realizar el circuito y verificar su comportamiento, entendiendo que los resultados pueden coincidir o no, ya que hay muchos factores que pueden dar errores, desde una mala medición hasta una mala conexión o falla en los componentes. Por eso es importante tener unos buenos resultados teóricos con predicciones correctas, para verificar el proyecto a medida que se realizan las mediciones. Para concluir, es un trabajo interesante en el cual se pueden aprender muchos conceptos nuevos y ponerlos en práctica con el fin de crear un filtro simple, en este caso un High Pass, que tiene muchas y diversas aplicaciones en el mundo actual como por ejemplo ecualizadores en la música y en otro sin fin de rubros.